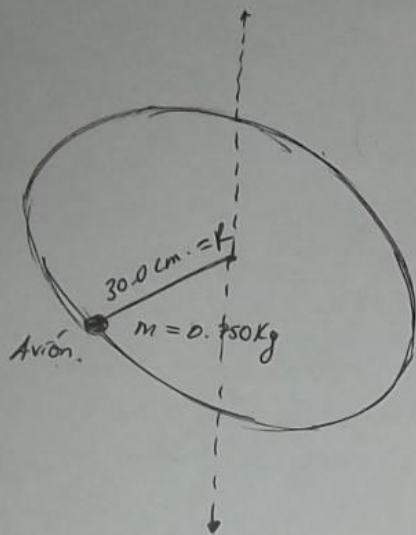


Problema # 2.



a) Momento de Torsión:

$$\vec{\tau} = \vec{F} \times \vec{r}$$

$$|\tau| = |\vec{F}| |\vec{r}| \sin \theta$$

La Fuerza es perpendicular al radio $\theta = 90^\circ$

$$\tau = Fr = (0.800 \text{ N})(0.3 \text{ m})$$

$$\boxed{\tau = 0.24 \text{ N}\cdot\text{m}}$$

b) $\tau = I\alpha$ $I = mR^2$ (El Avión se modela, con una partícula puntual)

$$\tau = mR^2\alpha$$

$$\alpha = \frac{\tau}{mR^2} = \frac{0.24 \text{ N}\cdot\text{m}}{(0.750 \text{ kg})(0.3 \text{ m})^2} = 3.55 \text{ rad/s}^2$$

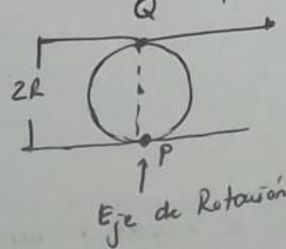
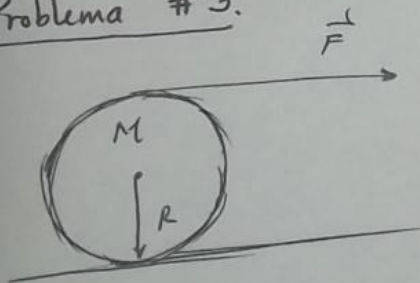
$$\boxed{\alpha = 3.55 \text{ rad/s}^2}$$

c) Aceleración Tangencial $a_T = \alpha R$

$$a_T = (3.55 \text{ rad/s}^2)(0.3 \text{ m}) = 1.067 \text{ m/s}^2$$

$$\boxed{a_T = 1.067 \text{ m/s}^2}$$

Problema # 3.



a) Aceleración del Centro de Masa:

Se considera un eje, que pase por el punto de contacto, entre el carrito y la superficie, y se considera en ese instante, la rotación del carrito, con respecto a ese eje. Con respecto al punto P;

El Torque que produce F es:

$$\tau = F(2R),$$

Se puede calcular también por

$$\tau = I_P \alpha$$

I_P : Momento de Inercia con respecto al punto P.

$I_P = MR + \frac{1}{2}MR^2 \rightarrow$ Momento de Inercia con respecto al centro de masa.

$$* I_P \alpha = F(2R)$$

$$(MR^2 + \frac{1}{2}MR^2) = F(2R)$$

$$\alpha \left(\frac{3}{2}MR^2 \right) = F(2R)$$

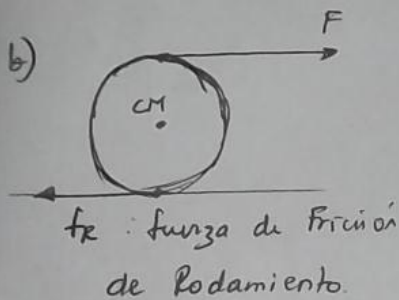
$$\alpha = \frac{4F}{3MR} \rightarrow \text{Aceleración del Punto Q (Aceleración Angular)}$$

La Aceleración angular es la misma para todos los puntos del Carrete.

La Aceleración del Centro de Masa es:

$$a_{cm} = \alpha R = \left[\frac{4F}{3MR} \right] R = \frac{4F}{3M}$$

$$\boxed{a_{cm} = \frac{4F}{3M}}$$



Se consideran los Torques de F y f_R .

Con respecto al Centro de Masa, la Aceleración angular del Carrete es $\alpha = \frac{4F}{3MR}$;

$$\sum \tau = I_{cm} \alpha,$$

$$\tau_F - \tau_{f_R} = I_{cm} \alpha$$

2

$$f_R = \frac{1}{3}F$$

$$F \cdot R - f_R R = \left(\frac{1}{2}MR^2 \right) \left(\frac{4F}{3MR} \right)$$

$$F \cdot R - f_R R = \frac{2}{3}F \cdot R$$

$$F - f_R = \frac{2}{3}F$$

$$F - \frac{2}{3}F = f_R$$

$$\boxed{f_R = \frac{1}{3}F}$$

exp
Ejercicios
8, 9, 11, 18

c) Rapidez del Centro de Masa,

d = distancia que se mueve el Centro de Masa.

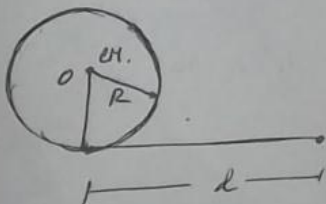
Se utiliza la ecuación:

$$v_f^2 - v_0^2 = 2ad \quad v_0 = 0.$$

$$v_f^2 = 2ad$$

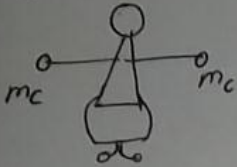
$$v_f = \left[2 \left[\frac{4F}{3M} \right] d \right]^{1/2} = \sqrt{\frac{8Fd}{3M}}$$

$$\boxed{v_f = \sqrt{\frac{8Fd}{3M}}}$$



Problema # 4:

1m → 1m →



* m_c :

Masa de la
Maniverna.

I_{EB} : Momento de Inercia del Banco y el Estudiante.

a) Nueva rapidez del Estudiante:

Por conservación de la Cantidad de Movimiento Angular, se tiene:

$$I_o \omega_o = I_f \omega_f$$

$$I_o = I_{EB} + R_o^2 m_c + R_o^2 m_c = I_{EB} + 2R_o^2 m_c$$

$$I_f = I_{EB} + R_f^2 m_c + R_f^2 m_c = I_{EB} + 2R_f^2 m_c$$

$$\Rightarrow (I_{EB} + 2R_o^2 m_c) \omega_o = (I_{EB} + 2R_f^2 m_c) \omega_f$$

$$\omega_f = \frac{(I_{EB} + 2R_o^2 m_c)}{(I_{EB} + 2R_f^2 m_c)} (\omega_o)$$

$$\omega_f = \frac{(3.00 \text{ Kg} \cdot \text{m}) + 2(1\text{m})^2(3.00 \text{ Kg})}{3.00 \text{ Kg} \cdot \text{m} + 2(0.3\text{m})^2(3.00 \text{ Kg})} (0.750 \text{ rad/s})$$

$$\omega_f = 1.907 \text{ rad/s}$$

b) Energía Cinética con $R_o = 1\text{m}$

$$K_R = \frac{1}{2} I_o \omega_o^2 = \frac{1}{2} [I_{EB} + 2R_o^2 m_c] \omega_o^2$$

$$K_R = \frac{1}{2} [3.00 \text{ Kg} \cdot \text{m} + 2(1\text{m})^2(3 \text{ Kg})] (0.750 \text{ rad/s})^2$$

$$K_R = 2.53125 \text{ Joules}$$

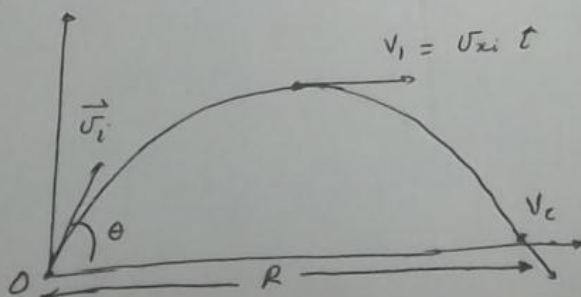
Energía Cinética con $R_f = 0.3\text{m}$

$$K_R = \frac{1}{2} I_f \omega_f^2 = \frac{1}{2} [3.00 \text{ Kg} \cdot \text{m} + 2(0.3\text{m})^2(3 \text{ Kg})] (1.907 \text{ rad/s})^2$$

$$K_R = 3.37539 \text{ Joules}$$

Observación: La Cantidad de Movimiento Angular se conserva, La Energía Cinética No.

Problema # 5



Movimiento Angular:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \quad \vec{p} = m \vec{v}$$

$$\vec{L} = \vec{r} \times m \vec{v} = m (\vec{r} \times \vec{v})$$

En a) $\vec{r} = 0. \quad \vec{L} = 0.$

b) En el Punto más alto de la Trayectoria:

El Punto más alto de la trayectoria, se da en el punto medio del alcance máximo R.

$$\Rightarrow x = R/2 = \frac{v_0^2 \text{Sen} 2\theta}{2g}$$

$$\Rightarrow y = \cancel{\text{range}} \left[\frac{v_0^2 \text{Sen} 2\theta}{2g} \right] - \frac{1}{2} g \left[\frac{v_0^2 \text{Sen} 2\theta}{2g} \right]^2 \frac{1}{v_0^2 \text{Cos}^2 \theta}$$

$$y = \frac{v_0^2 \text{Sen}^2 \theta}{g}$$

Vector de desplazamiento \vec{r} :

$$\vec{r} = (R/2, y) = (v_0^2 \text{Sen} 2\theta / 2g, v_0^2 \text{Sen}^2 \theta / g) \quad \vec{r} = (v_0^2 \text{Sen} 2\theta / 2g, v_0^2 \text{Sen}^2 \theta / g, 0)$$

Velocidad en (b),

$$\vec{v} = \vec{v}_x = (v_0 \text{Cos} \theta, 0) \quad \vec{v} = \vec{v}_x = (v_0 \text{Cos} \theta, 0, 0)$$

$$\vec{L} = (v_0^2 \text{Sen} 2\theta / 2g, v_0^2 \text{Sen}^2 \theta / g, 0) \times m (v_0 \text{Cos} \theta, 0, 0)$$

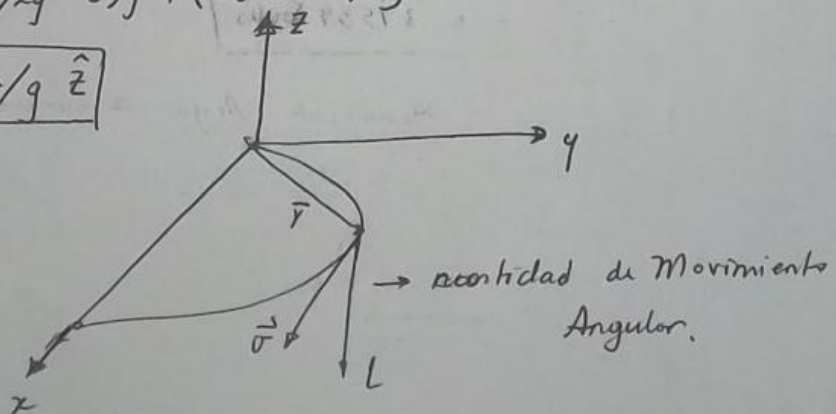
$$\vec{L} = m (v_0^2 \text{Sen} 2\theta / 2g, v_0^2 \text{Sen}^2 \theta / g, 0) \times (v_0 \text{Cos} \theta, 0, 0)$$

$$\vec{L} = m \left\{ (v_0^2 \text{Sen} 2\theta / 2g \times 0 - 0 \cdot v_0^2 \text{Sen}^2 \theta / g) \hat{i} + \right.$$

$$\left. (0 \cdot v_0 \text{Cos} \theta - v_0^2 \text{Sen} 2\theta / 2g \cdot 0) \hat{j} + (v_0^2 \text{Sen} 2\theta / 2g \cdot 0 - v_0^4 \text{Sen}^2 \theta / g \cdot v_0 \text{Cos} \theta) \hat{k} \right\}$$

$$\vec{L} = -m v_0^3 \text{Sen}^2 \text{Cos} \theta / g \hat{z}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_y B_z - A_z B_y) \hat{x} + (A_z B_x - A_x B_z) \hat{y} + (A_x B_y - A_y B_x) \hat{z}$$



$$\textcircled{1} \quad V_y = V_{0y} \quad V_x = V_{0x}$$

$$V_y = V_0 \sin \theta \quad V_x = V_0 \cos \theta$$

$$\vec{v} = (V_x \cos \theta, -V_0 \sin \theta, 0)$$

$$\vec{r} = (R, 0, 0) = (V_0^2 \sin 2\theta / 2g, 0, 0)$$

$$\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v} = m \vec{r} \times \vec{v}$$

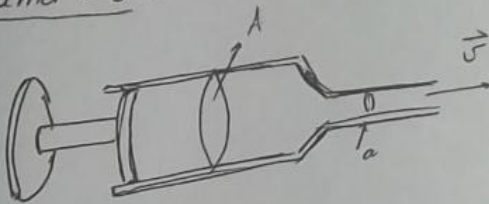
$$\vec{L} = m \left[(V_0^2 \sin 2\theta / 2g) \hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k} \right] \times \left[V_x \cos \theta \hat{i} - V_0 \sin \theta \hat{j} + 0\hat{k} \right]$$

$$\vec{L} = m \left[-V_0^3 \sin^2 \theta \cos \theta / g \hat{z} \right]$$

$$\boxed{\vec{L} = -m V_0^3 \sin^2 \theta \cos \theta / g \hat{z}}$$

d) El Debido A su peso:

Problema #6:



Ecuación de Bernoulli:

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho h_1 g = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho h_2 g$$

$$h_1 = h_2$$

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

Se requiere encontrar v_2

$$\Rightarrow A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$v_1 = \frac{A_2}{A_1} v_2$$

$$\Rightarrow P_1 + \frac{1}{2} \rho \left(\frac{A_2}{A_1} v_2 \right)^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 - \frac{1}{2} \rho \left(\frac{A_2}{A_1} v_2 \right)^2$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 \left[1 - \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 \right]$$

$$v_2^2 = \frac{2(P_1 - P_2)}{\rho \left[1 - \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 \right]}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho \left[1 - \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 \right]}}$$

$$P_1 - P_2 = F/A_1$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2F}{A_1 \rho \left[1 - \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 \right]}} = \sqrt{\frac{2FA_1}{\rho (A_1^2 - A_2^2)}}$$

~~$$v_2 = \sqrt{\frac{2(2.00 \text{ N})(2.50 \times 10^{-5} \text{ m}^2)}{(1000 \text{ kg/m}^3) \left[(2.50 \times 10^{-5} \text{ m}^2)^2 - (1.00 \times 10^{-8} \text{ m}^2)^2 \right]}}$$~~

$$v_2 = \sqrt{\frac{2(2.00 \text{ N})(2.50 \times 10^{-5} \text{ m}^2)}{(1000 \text{ kg/m}^3) \left[(2.50 \times 10^{-5} \text{ m}^2)^2 - (1.00 \times 10^{-8} \text{ m}^2)^2 \right]}}$$

$$v_2 = 12.64 \text{ m/s}$$